

平行轴纯滚动内啮合线齿轮设计方法

何迪, 何恩义, 殷诗浩, 吴海华, 杜义贤, 叶喜葱

(三峡大学机械与动力学院, 443002, 湖北宜昌)

摘要: 为了提高线齿轮的传动效率,提出了一种平行轴纯滚动内啮合线齿轮的设计方法。基于线齿轮啮合理论,求解空间共轭曲线方程,并分析纯滚动啮合需满足的约束条件;建立过接触点且垂直于角速度方向的齿廓截面,通过齿廓截面方程和接触线方程构建凸凸、凸凹和凸平接触齿面数学模型。以圆柱螺旋线为例,分析纯滚动啮合的设计参数选取原则,构建凸凹接触的内啮合线齿轮齿面,利用三维软件建模并进行运动学分析,结果表明:当设定理论传动比为2、重合度为1.5、小齿轮齿数为6时,凸凹接触相对曲率半径最小,齿面接触应力最小,其他条件不变的情况下,凸凹齿面的接触应力相对凸凸接触和凸平接触分别降低了28.95%和19.17%。通过该方法构建的内啮合线齿轮副平均传动比为2.00,瞬时传动比最大变化值仅为0.07,能够实现平稳、连续的速度传递。

关键词: 内啮合线齿轮; 共轭曲线; 纯滚动; 凸凹齿面; 运动学分析

中图分类号: TH132 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202106005 **文章编号:** 0253-987X(2021)06-0037-07



OSID 码

A Designing Method for Parallel Shaft Internal-Meshing Line Gear with Pure-Rolling Contact

HE Di, HE Enyi, YIN Shihao, WU Haihua, DU Yixian, YE Xicong

(College of Mechanical and Power Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: To improve the transmission efficiency of line gear, a designing method for pure-rolling internal line gear mechanism is proposed for parallel shaft transmission. Following the line gear meshing theory, the equations of spatial conjugate curves are solved and the constraint conditions for pure-rolling meshing are analyzed. The profile cross-section located on the contact point and perpendicular to the direction of angular velocity is established. The mathematical models of tooth surface of convex-convex, convex-concave and convex-flat contacts are constructed according to the profile cross-section equations and contact curve equations. Taking cylindrical helix as an example, the selection criterion of designing parameters for pure-rolling meshing state is analyzed and the pure-rolling internal meshing tooth surface is constructed. The contact stress of tooth surface with different contact forms is analyzed. Meanwhile, the modeling of convex-concave surface and the kinematics analysis are carried out with 3D software. The results show that when the theoretical transmission ratio, the contact ratio, and the teeth number of pinion are respectively set as 2, 1.5 and 6, the convex-concave contact with the relative smallest curvature radius has the lowest contact stress under the same restrictive conditions, and the contact stress is reduced by 28.95% and 19.17% respectively, compared to convex-convex and convex-flat

收稿日期: 2021-01-11。 作者简介: 何迪(1995—),男,硕士生;何恩义(通信作者),男,讲师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51175180);湖北省教育厅科学研究计划优秀中青年人才资助项目(Z2018118)。

网络出版时间: 2021-03-04

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20210303.1750.006.html>

contacts. The average transmission ratio of the internal line gear pair constructed by this method reaches 2.00, and the maximum variation of the instantaneous transmission ratio reaches only 0.07, smooth and continuous speed transmission is thus realized.

Keywords: internal line gear; conjugated curves; pure-rolling; convex-concave surface; kinematics analysis

传统工业齿轮由于齿廓形状复杂,微小化和微纳化应用都十分困难^[1-2]。2007年,陈扬枝等提出了空间曲线啮合理论,通过空间曲线构造“简单实体”替代传统齿轮以空间复杂曲面构造的三维“复杂实体”,实现了齿轮占用空间的最小化设计^[3-4]。如图1所示,早期线齿轮以钩杆和圆柱基体组成悬臂梁结构,应用于轻载条件下的传动装置。近年来,许多学者开展了基于空间曲线啮合的齿轮设计研究。陈扬枝等推导了斜交轴和交错轴线齿轮的基本设计公式并构建了线齿轮样本^[5-6],在后续工作中,通过实验验证了传动的平稳性和连续性。陈兵奎等建立了沿任意接触角方向的啮合方程等式,并提出用等距包络法构建管状齿面^[7-8]。姚莉等提出了一种满足常规动力传递的线齿轮设计方法,并研究了基于四轴加工中心的线齿轮加工技术^[9-10]。陈祯等提出了根据啮合线函数来主动设计共轭曲线,并介绍了圆柱齿轮^[11]、相交轴齿轮^[12]和齿轮齿条^[13]的几何设计、啮合性能和机械性能。上述的研究主要集中在外啮合传动领域,针对内啮合线齿轮的研究较少,导致现阶段线齿轮机构在轮系装置的应用受到限制。

在齿廓啮合时,由于接触点的速度大小和方向不同会导致齿廓之间存在相对滑动,造成齿面磨损、节点冲击和噪声等不利因素^[14]。为了削弱相对滑动带来的负面影响,早在20世纪初,Grant提出使齿顶高趋近于0,仅通过轴向重合来确保传动的连续性,使两齿轮仅在节点处啮合以实现纯滚动啮合。由于传递动力微乎其微,中心距稍大便会脱啮,故未得到实际应用。黄锡恺团队提出,一对纯滚齿廓应只在节点接触、在齿轮的其他旋转位置均不接触,纯滚动齿廓应位于渐开线等共轭齿廓曲线内部,并找到多种简单实用的纯滚齿廓曲线,研制出了系统的纯滚齿轮^[15-16]。宜亚丽等基于五次多项式类曲线的无刚、柔性冲击等特点,设计了激波器齿形,实现纯滚动活齿任意齿差等速共轭传动^[17]。谭儒龙等研究了纯滚动接触的摆线锥齿轮,并通过现有面滚齿工艺加工样品进行实验,使用纯滚动摆线锥齿轮的齿轮箱可以实现更高的传输效率^[18]。

为了扩展线齿轮的啮合传动形式,减小齿廓相对滑动的负面影响,本文基于空间曲线啮合理论,研究一种平行轴纯滚动内啮合线齿轮机构。分析了内啮合线齿轮纯滚动啮合的条件,并构建了3种接触形式的齿面数学模型。根据数学模型,构建线齿轮副实体模型,并验证线齿轮副的传动平稳性。

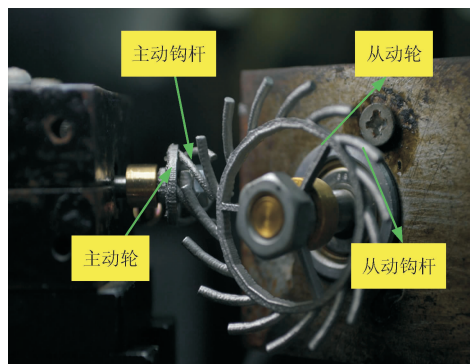


图1 线齿轮样件^[4]

Fig. 1 Sample of line gear

1 建立共轭接触线

建立空间右手坐标系,如图2所示。 E 为线齿轮副安装中心距,夹具坐标系 $O-x_0y_0z_0$ 、 $O-x_p y_p z_p$ 记为 S_0 和 S_p 。与小齿轮、齿圈固连的坐标系 $O-x_1y_1z_1$ 、 $O-x_2y_2z_2$ 记为 S_1 和 S_2 。啮合的初始时刻,与 S_0 和 S_p 重合。小齿轮和齿圈分别以角速度 ω_1 、 ω_2 绕 z_0 、 z_p 轴匀速运动,其转向相同,经过 t 步

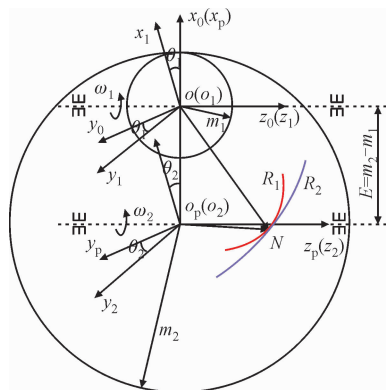


图2 空间坐标系

Fig. 2 Space coordinate system

长,转动角度为 θ_1 和 θ_2 。在啮合过程,空间曲线 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$ 的始终保持点接触。通过坐标变换和相关参数可得到 S_1 到 S_2 的变换矩阵

$$\mathbf{M}_{21} = \mathbf{M}_{2p} \mathbf{M}_{p0} \mathbf{M}_{01} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1 - \theta_2) & \sin(\theta_1 - \theta_2) & 0 & E \cos \theta_2 \\ -\sin(\theta_1 - \theta_2) & \cos(\theta_1 - \theta_2) & 0 & E \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

小齿轮接触线 $\mathbf{R}_1$ 在坐标系 S_1 下,参数方程为

$$\mathbf{R}_1^{(1)}(t) = [x_1(t), y_1(t), z_1(t), 1]^T, t_e \leq t \leq t_s \quad (2)$$

式中: t 为空间曲线的变参数; t_e 、 t_s 分别表示接触线进入啮合点和退出啮合点的变参数对应值。上标表示矢量所在的坐标系。

假设空间曲线 $\mathbf{R}_1$ 和 $\mathbf{R}_2$ 在任意啮合时刻的接触点为 $N(x_1, y_1, z_1)$, 则相对速度 $\mathbf{v}_{12}$ 在坐标系 S_1 的表达式^[19]为

$$\mathbf{v}_{12}^{(1)} = [(\boldsymbol{\omega}_1^{(1)} - \boldsymbol{\omega}_2^{(1)}) \times \mathbf{r}_1^{(1)}] - \mathbf{E}^{(1)} \times \boldsymbol{\omega}_2^{(1)} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}$ 为 O_1 到 O_2 的矢量, 它的模为线齿轮副中心距 E 。方程中的各个矢量在 S_1 中可表示为

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_1^{(1)} &= [0, 0, \omega_1]^T; & \boldsymbol{\omega}_2^{(1)} &= [0, 0, \omega_2]^T \\ \mathbf{r}_1^{(1)} &= \mathbf{OO}_N = [x_1, y_1, z_1]^T \\ \mathbf{E}^{(1)} &= \mathbf{M}_{10} \mathbf{E}^{(0)} = [E \cos \theta_1, -E \sin \theta_1, 0]^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

由空间曲线啮合理论^[3], 可得一对共轭曲线在任意点的啮合方程为

$$\boldsymbol{\Phi}(t, \theta_1) = \mathbf{v}_{12}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\beta}^{(1)} = 0 \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\beta}$ 为小齿轮、齿圈上接触线在接触点 N 的主法矢, 可通过下式计算

$$\boldsymbol{\beta}^{(1)} = \frac{\dot{\mathbf{R}}_1^{(1)}(t)}{|\dot{\mathbf{R}}_1^{(1)}(t)|} \quad (6)$$

由式(5)可解得转角 θ 与 t 之间的关系

$$\theta_1 = f(t); \quad i_{21} = \theta_2 / \theta_1 \quad (7)$$

根据式(1)(5)和(6), 得到小齿轮接触线 $\mathbf{R}_2$ 在坐标系 S_2 下的参数方程为

$$\mathbf{R}_2^{(1)}(t) = \mathbf{M}_{21} \mathbf{R}_1^{(1)} = [x_2(t), y_2(t), z_2(t), 1]^T \quad (8)$$

为了可以得到在啮合过程没有相对滑动的一对共轭曲线, 需要保证在啮合过程中任意啮合点的相对速度为 0, 即

$$\mathbf{v}_{12}^{(1)} = \mathbf{0} \quad (9)$$

由式(4)可知, 在任意啮合时刻, 啮合点 N 的相对速度在 S_1 中可表示为

$$\mathbf{v}_{12}^{(1)} = \begin{bmatrix} -(\omega_1 - \omega_2)y_1 + E\omega_2 \sin \theta_1 \\ (\omega_1 - \omega_2)x_1 - E\omega_2 \cos \theta_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

通过式(1)~(10), 可以得到纯滚动内啮合平行轴线齿轮副的一对共轭曲线。

2 纯滚动齿面构建

2.1 齿面方程

以接触线 $\mathbf{R}_1$ 、 $\mathbf{R}_2$ 上的点做为坐标原点、夹具坐标系 S 、 S_p 的基矢量作为 x 、 y 、 z 轴, 建立齿廓坐标系 O_S - x_{sec} y_{sec} z_{sec} 、 $O_{S'}$ - $x_{\text{sec}2}$ $y_{\text{sec}2}$ $z_{\text{sec}2}$ (简称为 δ_1 、 δ_2)。在啮合点 N 处, 小齿轮和齿圈的齿廓截面如图 3 所示, r_1 、 r_2 分别为小齿轮和齿圈的齿廓截面圆弧半径; γ 是 $O_S N$ 与 x_{sec} 轴形成的接触角, 决定接触点 N 在圆弧上的位置。当接触点落于 A 、 B 处时, 会存在边缘接触。为减少边缘接触, 提高齿轮的接触强度, 建议将接触点设置在圆弧 AB 中点附近。

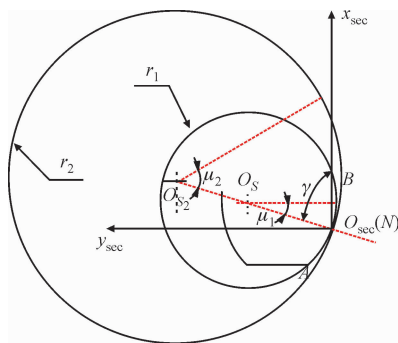


图3 齿廓截面圆弧

Fig. 3 The circular arc of profile cross-section

小齿轮、齿圈的齿廓截面曲线在坐标系 δ_1 、 δ_2 下的参数方程分别为

$$\mathbf{L}_1 = \begin{bmatrix} r_1 \cos \gamma \pm r_1 \cos \mu_1 \\ r_1 \sin \gamma \pm r_1 \sin \mu_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{L}_2 = \begin{bmatrix} r_2 \cos \mu_1 \pm r_2 \cos \gamma \\ r_2 \sin \mu_1 \pm r_2 \sin \gamma \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: μ_1 、 μ_2 为齿廓截面曲线方程的变参数。以小齿轮齿廓截面曲线内侧为正方向, 当齿圈齿廓截面曲线的圆心 O_{S_2} 在 O_S 同侧时, 式(12)取正号; 反之, 取负号。符号会影响构建齿面的凹凸性, 下文将详细讨论。

如图 4 所示, 圆弧齿面是由齿廓截面曲线沿轴

向的螺旋运动形成,其齿面方程可表示为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F}_i(t, \mu_i) &= \mathbf{M}_{S_i-\delta_i} \mathbf{L}_i^{(i)}, i=1,2 \\ \mathbf{M}_{S_i-\delta_i} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{R}_i^{(i)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中: $i=1,2$ 时,式(13)分别表示小齿轮齿面和齿圈齿面; $\mathbf{M}_{S_i-\delta_i}$ 是齿廓坐标系 δ_i 到坐标系 S_i 的变换矩阵。

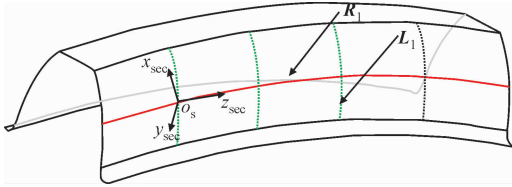


图 4 齿面接触线和圆弧截面关系示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the relationship between contact curve on tooth surface and arc section

2.2 齿面构建

2.1 节中,齿廓截面曲线方程中正负号的选择不同,会影响齿面凹凸性。根据小齿轮和齿圈齿廓截面曲线的圆心位置和圆弧半径 r_1 、 r_2 ,可以构建出 3 种不同接触形式的啮合齿面:凸凹接触、凸凸接触和凸平接触。本文选取小齿轮齿廓截面曲线方程正号为例。

(1)凸凹接触。当式(11)取正号、式(12)取正号时,小齿轮和齿圈的齿廓截面圆弧的圆心 O_s 、 O_{s2} 位于同侧。此时,齿圈齿面为凹齿面,接触类型为凸凹接触,如图 5 所示。

(2)凸凸接触。当式(11)取正号、式(12)取负号时,小齿轮和齿圈的齿廓圆弧的圆心 O_s 、 O_{s2} 位于异侧。此时,齿圈齿面为凸齿面,接触类型为凸凸接触,如图 6 所示。

(3)凸平接触。当式(11)取正号、式(12)取负号且 $\rho_2 \rightarrow \infty$ 时,圆弧 AB 演变为直线 AB ,齿圈齿面变为切平面,此时接触类型为凸平接触,如图 7 所示。

对于 3 种接触形式的齿面,由于接触点的相对曲率半径不同,其齿面接触应力也不相同。由赫兹接触原理^[20-21]可知,啮合点的接触应力计算公式为

$$\left. \begin{aligned} q_{\max} &= \left[\frac{6}{\pi} \tilde{E}^2 Q \left(\frac{1}{\sum \rho} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \\ \tilde{E} &= 1 / \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right) \\ \Sigma_r &= \frac{r_1 r_2}{r_1 \pm r_2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

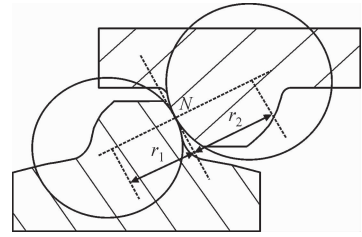


图 5 凸凹接触

Fig. 5 Convex-concave contact

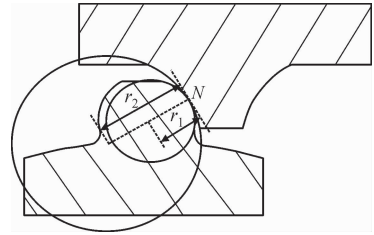


图 6 凸凸接触

Fig. 6 Convex-convex contact

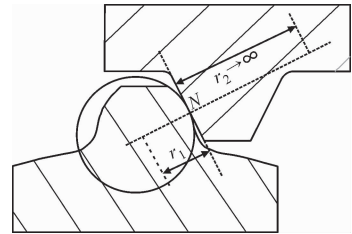


图 7 凸平接触

Fig. 7 Convex-flat contact

式中: $q_{\max}$ 为最大接触应力; Q 为外力; E_1 、 E_2 分别为小齿轮和齿圈材料的弹性模量; ν_1 、 ν_2 为泊松比; Σ_r 为相对曲率半径;“+”表示凸齿面对凸齿面的接触形式;“-”表示凸齿面对凹齿面的接触形式。

由式(14)可知,在相同载荷条件下,齿面接触应力与相对曲率半径成反比。凸凹接触的齿面相对曲率半径最大,接触应力最小。假设 $E_1 = E_2 = 2 \times 10^5$ MPa, $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, $Q = 20$ N, $r_1 = 1$ mm, $r_2 = 4$ mm, 将相关参数代入式(14),可得到不同接触形式齿面的最大接触应力,如表 1 所示。由表 1 可知,凸凹接触形式的齿面接触应力相比于凸凸接触降低了 28.95%,相比于凸平降低了 19.17%。对于齿面为

表 1 不同接触形式的最大接触应力

Table 1 Maximum contact stress of different contacts

接触形式	凸凹	凸平	凸凸
Σ_r/mm	4/3	1	4/5
$q_{\max}/\text{MPa}$	2.97×10^3	3.60×10^3	4.18×10^3

点接触的线齿轮而言,可以有效地提高齿面接触强度。因此,凸凹接触形式的内啮合线齿轮副最具研究价值,也是本文所研究的主要对象。

3 实例分析

3.1 纯滚动内啮合线齿轮齿面构建

在坐标系 S_1 中,小齿轮齿面接触线 R_1 参数方程为

$$\boldsymbol{R}_1^{(1)} = \begin{bmatrix} m \cos t \\ m \sin t \\ nt \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中: m 为圆柱螺旋线的螺旋半径; n 为节距系数。圆柱螺旋线 R_1 的螺旋升角为

$$\phi_1 = \arctan(n/m) \tag{16}$$

根据式(6),可得到 R_1 在接触点的主法矢向量

$$\boldsymbol{\beta}_1^{(1)} = \left[-\frac{m \cos t}{m_2 + n_2}, -\frac{m \sin t}{m_2 + n_2}, 0 \right], t_s \leq t \leq t_e \tag{17}$$

根据式(5),可得到接触点的啮合方程

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}(t, \theta_1) &= \boldsymbol{v}_{12}^{(1)} \cdot \boldsymbol{\beta}^{(1)} = \\ &\left[\frac{m \cos t}{m_2 + n_2} (\omega_1 \sin t - \omega_2 \sin t - E \omega_2 \sin \theta_1) \right. \\ &\quad \left. \frac{m \sin t}{m_2 + n_2} (\omega_1 \cos t - \omega_2 \cos t - E \omega_2 \cos \theta_1) \quad 0 \right] = \mathbf{0} \end{aligned} \tag{18}$$

通过化简式(18),可以得到 t 与 θ_1 的关系为

$$t = \theta_1 \tag{19}$$

联合式(1)(7)(8)(19),可得齿圈接触线参数方程为

$$\boldsymbol{R}_2^{(2)} = \begin{bmatrix} (m + E) \cos(t/i_{12}) \\ (m + E) \sin(t/i_{12}) \\ nt \end{bmatrix} \tag{20}$$

若令 $m_2 = m + E, T = t/i_{12}$,式(20)可转化为

$$\boldsymbol{R}_2^{(2)} = \begin{bmatrix} m_2 \cos T \\ m_2 \sin T \\ n_2 T \end{bmatrix} \tag{21}$$

式中: $n_2 = i_{12} n$ 。

通过对比式(15)与(21)不难发现,接触线 R_1 和接触线 R_2 参数方程形式相同,都是圆柱接触线,并且同为右旋螺旋线,如图 8 所示。圆柱螺旋线 R_2 螺旋升角为

$$\phi_2 = \arctan(n_2/m_2) \tag{22}$$

此时,求解出来的共轭曲线可以保证在啮合过程始终保持相切接触。若要实现纯滚动啮合,需满足 $\boldsymbol{v}_{12}^{(1)} = \mathbf{0}$,将相关参数代入式(10)有

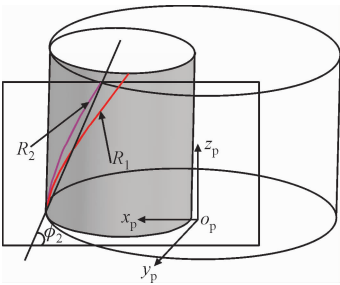


图 8 圆柱螺旋线
Fig. 8 The cylindrical helix

$$\left. \begin{aligned} (1 - i_{12}) \omega_2 \sin t + E \omega_2 \sin \theta_1 &= 0 \\ (1 - i_{12}) \omega_2 \cos t + E \omega_2 \cos \theta_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{23}$$

通过化简式(23),可得到

$$m = E/(i_{12} - 1) \tag{24}$$

结合式(22)和(24),接触线 R_2 的螺旋升角可表示为

$$\phi_2 = \arctan\left(\frac{n_2}{m_2}\right) = \arctan\left(\frac{i_{12} n}{i_{12} m}\right) = \phi_1 \tag{25}$$

由式(24)可知,纯滚动平行轴内啮合线齿轮的中心距和传动比确定时,圆柱螺旋线的螺旋半径也随之确定。当中心距和螺旋半径满足式(24)时,主动螺旋线和从动螺旋线螺旋升角相等。

通过上述讨论,总结出选取圆柱螺旋线作为接触线的纯滚动啮合条件:

- (1)接触线 R_1 和 R_2 螺旋升角相等且旋向相同;

(2)螺旋半径 m 和中心距 E 满足关系式(24)。

3.2 运动学仿真

根据平行轴内啮合线齿轮齿面生成方法以及纯滚动啮合条件,运用 NX8. 5 构建精确的线齿轮副实体模型。本文建模的基本参数如表 1 所示,创建的线齿轮副三维实体模型如图 9 所示。

表 2 设计线齿轮副相关参数

Table 2 Relevant parameters of line gear pair design

参数	数值
中心距 E/mm	4
圆柱螺旋线的螺旋半径 m/mm	4
节距系数 n/mm	6
小齿轮齿廓截面圆弧半径 r_1/mm	1
齿圈齿廓截面圆弧半径 r_2/mm	4
小齿轮齿数 Z	6
圆柱螺旋线的变参数 t	$(0, \pi/2)$
小齿轮齿廓截面圆弧方程的变参数 μ_1	$(-\pi/12, 5\pi/18)$
齿圈齿廓截面圆弧方程的变参数 μ_2	$(-\pi/9, \pi/3)$
传动比 i_{12}	2
传动轴夹角 $\Sigma/(\text{^\circ})$	0
接触角 $\gamma/(\text{^\circ})$	45

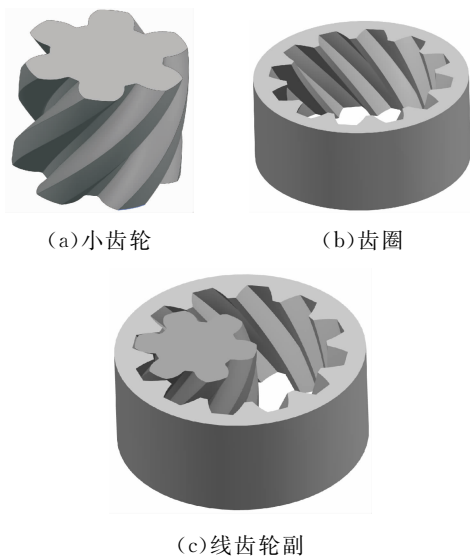


图9 线齿轮副实体模型

Fig. 9 Solid model of line gear pair

重合度大于或等于1是保证齿轮连续啮合传动并保证传动连续性和稳定性的必要条件。本文主动轮的齿数为6,根据文献[3]的重合度计算公式,可以得到线齿轮的重合度为

$$\epsilon = \frac{\Delta\varphi_1 N_2}{2\pi} = \frac{|t_e - t_s| N_1}{2\pi} = 1.5 \quad (26)$$

当重合度为1.5时,部分状态为2对齿参与啮合,2对齿都是基于纯滚动条件建立的齿面,所以线齿轮副连续传动过程都能保持纯滚动啮合状态。

对安装的线齿轮副进行运动学仿真,如图10所示。给定与小齿轮固联的输入轴角速度为 ω_1 ,设置小齿轮和齿圈的接触形式为3D接触,通过速度传感器测得齿圈的角速度曲线 ω_2 ,如图11所示。小齿轮角速度为10 rad/s,齿圈角速度在4.84~5.11 rad/s波动,平均传动比为2.00,均方差为 $5.1 \times$

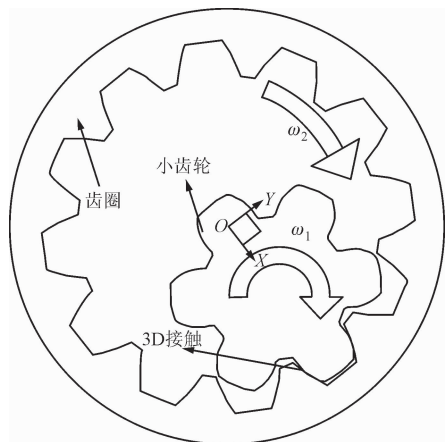


图10 运动学仿真模型

Fig. 10 Kinematic simulation model

10^{-4} ,最大变化值为0.07。实验结果表明:通过本文方法构建的纯滚动平行轴内啮合线齿轮机构可实现平稳、连续的速度传递,满足设计传动比需求,验证了齿面设计方法的可行性。相比于理论值,运动仿真误差的来源有:齿面变形导致了瞬时接触路径与理论接触路径的偏差^[22];计算机储存数据长度有限引入误差,在求解时,误差随着迭代次数放大。

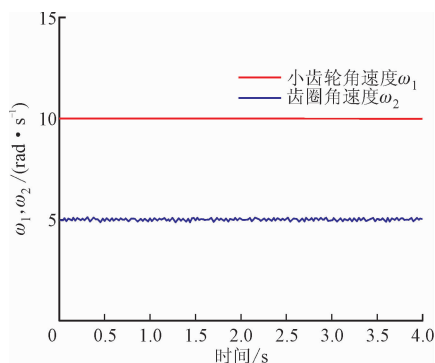


图11 小齿轮和齿圈角速度曲线

Fig. 11 Angular velocity curves of pinion and gear ring

4 结 论

(1)基于空间曲线共轭啮合理论,研究了一种纯滚动内啮合线齿轮副的构建方法,建立了凸凸接触、凸凹接触和凸平接触的齿面数学模型。凸凹齿面曲率半径最大,相同载荷条件下齿面接触应力最小。

(2)以圆柱螺旋线为例,求解了一对共轭接触线,推导出了纯滚动啮合条件:小齿轮和齿圈接触线旋向相同、螺旋升角相等,且满足关系式 $E = m(i_{12} - 1)$ 。

(3)根据齿面方程构建了线齿轮副模型,并进行运动学仿真,实验表明:通过本文方法构建的平行轴纯滚动内啮合线齿轮机构可以实现平稳、连续传动,满足设计传动比需求。

参考文献:

- [1] CHEN Yangzhi, XING Guangquan, PENG Xuefei. The space curve mesh equation and its kinematics experiment [EB/OL]. [2021-01-11]. <https://www.researchgate.net/publication/237397932>.
- [2] CHEN Yangzhi, LIU X, CHETWYND D G. Investigation of a novel elastic-mechanical wheel transmission under light duty conditions [J]. Mechanism and Machine Theory, 2007, 43(11): 1462-1477.
- [3] 陈扬枝. 线齿轮 [M]. 北京: 科学出版社, 2014: 1-63.

- [4] 何恩义, 陈扬枝, 陈祯. 装配误差对空间曲线啮合齿轮传动精度的影响 [J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2012, 40(12): 24-29.
HE Enyi, CHEN Yangzhi, CHEN Zhen. Effects of assembly errors on transmission precision of space curve meshing wheel [J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition), 2012, 40(12): 24-29.
- [5] CHEN Zhen, CHEN Yangzhi, DING Jiang. A generalized space curve meshing equation for arbitrary intersecting gear [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2013, 227(7): 1599-1607.
- [6] CHEN Yangzhi, LÜ Yueling, DING Jiang. Fundamental design equations for space curve meshing skew gear mechanism [J]. Mechanism and Machine Theory, 2013, 70: 175-188.
- [7] 陈兵奎, 梁栋, 高艳娥. 齿轮传动共轭曲线原理 [J]. 机械工程学报, 2014, 50(1): 130-136.
CHEN Bingkui, LIANG Dong, GAO Yane. The principle of conjugate curves for gear transmission [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(1): 130-136.
- [8] 彭帅, 陈兵奎. 线面对构齿轮啮合原理 [J]. 中国机械工程, 2020, 31(8): 937-943.
PENG Shuai, CHEN Bingkui. Principle of geometric elements constructed tooth pairs with curve-surface mesh [J]. China Mechanical Engineering, 2020, 31(8): 937-943.
- [9] CHEN Yangzhi, YAO Li. Design formulae for a concave convex arc line gear mechanism [J]. Mechanical Sciences, 2016, 7(2): 209-218.
- [10] CHEN Yangzhi, YAO Li. Study on a method of CNC form milling for the concave convex arc line gear [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 99(9): 2327-2339.
- [11] CHEN Zhen, DING Huafeng, LI Bo. Geometry and parameter design of novel circular arc helical gears for parallel-axis transmission [J]. Advances in Mechanical Engineering, 2017, 9(2): 733-744.
- [12] CHEN Zhen, ZENG Ming. Design of pure rolling line gear mechanisms for arbitrary intersecting shafts [J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2019, 233(15): 5515-5531.
- [13] CHEN Zhen, ZENG Ming, FUENTES A. Geometric design, meshing simulation, and stress analysis of pure rolling rack and pinion mechanisms [J]. Journal of Mechanical Design, 2020, 142(3): 1-10.
- [14] 吴序堂. 齿轮啮合原理 [M]. 2版. 西安: 西安交通大学出版社, 2009: 55-58.
- [15] 黄小平, 黄爱苹, 黄锡恺. 齿轮纯滚动啮合的原理与实现 [J]. 机械传动, 2001, 25(3): 5-8.
HUANG Xiaoping, HUANG Aiping, HUANG Xikai. Principle and realization of pure rolling contact gearing [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2001, 25(3): 5-8.
- [16] 黄小平, 黄爱苹. 纯滚动接触齿轮的齿形研究 [J]. 林业机械与木工设备, 2004, 32(12): 39-41.
HUANG Xiaoping, HUANG Aiping. The research on tooth form of pure rolling contact gear [J]. Forestry Machinery & Wood Working Equipment, 2004, 32(12): 39-41.
- [17] 宜亚丽, 刘朋朋, 安子军, 等. 任意齿差纯滚动活齿传动齿形设计方法及啮合特性研究 [J]. 机械工程学报, 2016, 52(11): 50-56.
YI Yali, LIU Pengpeng, AN Zijun, et al. Tooth profile design and meshing characteristics analysis of any tooth-difference pure rolling movable tooth transmission [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(11): 50-56.
- [18] TAN Rulong, CHEN Bingkui, XIANG Dongyun, et al. A study on the design and performance of epicycloid bevels of pure-rolling contact [J]. Journal of Mechanical Design, 2018, 140(4): 1-14.
- [19] LITVIN F L, FUENTES A. Gear geometry and applied theory [M]. New York, USA: Cambridge University Press, 2014: 36-44.
- [20] MOLDOVEN G, VELICU D. On the maximal contact stress point for cylindrical gears [EB/OL]. [2021-01-11]. <https://www.researchgate.net/publication/237782162>.
- [21] 杨咸启. 接触力学理论与滚动轴承设计分析 [M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2018: 28-52.
- [22] CHEN Zhen, ZENG Ming, FUENTES A. Computerized design, simulation of meshing and stress analysis of pure rolling cylindrical helical gear drives with variable helix angle [J]. Mechanism and Machine Theory, 2020, 153: 1-19.

(编辑 杜秀杰 武红江)